

前 言

把您关在一间伸手不见五指的屋子里,您能否自己走出屋外?回答是肯定的。您为了走出屋子,自然想到必须要找到门,或类似门的窗,而门或窗都是嵌在墙壁里的,所以为了找到门或窗,您就应该首先碰到墙壁,然后顺着墙壁,就能摸到门或窗,这样,您就可以走出这漆黑的屋子了。根据上述的判断及推论,您为了走出屋子,没有必要考虑首先往哪个方向迈出第一步的问题,事实上,您可以往任何一个方向迈步,并且继续走下去,一直到碰到墙壁为止,然后顺墙摸门,总可以走出

屋子. 然而如果要求您在较短的时间里走出这个屋子, 那么, 您就要考虑迈步的最佳方向的问题了. 很显然, 您径直往门那儿走去, 就是最佳方向.

解数学题尤如关在黑屋里的人要找到门走出屋子的问题一样. 首先要考虑迈步, 其次要考虑如何迅速正确地找到“门”——解题思路. 当然, 这两个问题也有不一样的地方. 如果这个黑屋对您是陌生的, 并且您是在不知不觉的状态中被安置在屋子里的, 这样, 您要一下子走到门那儿去的可能性是很小的, 因此, 您只能按任意一个方向迈步, 触到墙壁后, 才能有所头绪. 但解数学题的情况就比径直走出黑屋的问题容易得多了. 这是因为, 对每道数学题来说, 题中的条件以及结论的本身, 也就暗示了“门”的方向, 从而或多或少地给您指出了往哪儿“迈步”的途径; 另外, 您在解题的过程中, 也不是关在伸手不见五指的“黑屋”中, 因为在您的手中举着一支微弱的烛光——这支烛光的亮度完全由您的有关的基础知识和解题的经验的多少来决定的.

本书的目的, 就是试图从某一个角度, 通过数学题本身的内在联系和差异来启发并引导您找到解题的途径, 从而较顺利地解决问题. 我们殷切地希望广大读者能按本书的要求仔细阅读例题, 并能模仿例题的思路做一些习题, 只有这样, 才能使本书对您有所裨益.

一般来说, 数学问题可区分为两大类: 一类是寻求未知者, 属于“求解”问题; 一类是要求判定某个结论, 属于“证明”问题. 例如, 有的是寻求一个“答案”(或是数量, 或是图形, 或是某个结论, ……); 有的是寻求一个方法(比如要找一个合乎一定条件的计算程序或作

图方法等),这些都是属于求解问题.“证明”问题中也可以细分为几种,一种是要求证明某些数量的关系(如等式关系、不等式关系等);还有一种是要证明某些性质或某种属性(如求证 $\sqrt{2}$ 与 π 为无理数,求证三分角问题尺规作图的不可能性等)^①.本书不想,事实上也不可能对上述的所有问题的解决给出一个统一的方法,我们只是想从一类最特殊的问题——等式证明来讨论解题的思想方法,以供中学生学习数学时参考.

哈尔滨师范大学的吕庆祝同志曾阅读了本书的第1章至第6章并提出了宝贵的意见,在此表示深深的谢意.

① 见徐利治《浅谈数学方法论》.